Prof : BEN ELKHATIR Lycée alfath khémisset	سلسلة حول نهايات و إتصال دالة عددية Limites et continuité	السنة الثانية علوم تجريبية 2007/2006

- **تمرين01:**

لتكن f دالة عددية متصلة على المجال $]-4,+\infty[$ و جدول تغيراتها على الشكل التالي :

x	-4		-1		3		$+\infty$
f	$+\infty$	↘	-2	↗	4	↘	3

1)- حدد $f([3,+\infty[)$ و $f([-1,+\infty[)$ و $f(]-4,-1])$ و $f(]-4,3])$ و $f(]-4,+\infty[)$.

2)- بين أن المنحنى (C_f) يقطع المحور (Ox) في نقطتين مختلفتين A و B بحيث $x_A < x_B$ و اعط تأطيرا ل x_A و x_B .

3)- حدد النهايتين : $\lim\limits_{x\to+\infty} f\circ f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-4} f\circ f(x)$.

- **تمرين02:**

بين أن المعادلة (E) تقبل حلا وحيدا في $\mathbb{R}$ ينتمي إلى المجال I في كل حالة من الحالات التالية :

$(1):\begin{cases}(E):x^3+3x=5\\ I=\left]1,\frac{5}{4}\right[\end{cases}$ و $(2):\begin{cases}(E):x+\sin x=1\\ I=\left]0,\frac{\pi}{6}\right[\end{cases}$ و $(3):\begin{cases}(E):x^3+\sqrt{x+1}=0\\ I=\left]-\frac{7}{8},-\frac{3}{4}\right[\end{cases}$ و $(4):\begin{cases}(E):\cos x=\frac{2}{3}x\\ I=\left]\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{3}\right[\end{cases}$

- **تمرين03:**

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي : $f(x)=\left(1+x^3\right)^2$.

1)- بين أن الدالة f تزايدية قطعا على المجال $I=[-1,+\infty[$ و تناقصية قطعا على المجال $J=]-\infty,-1]$.

2)- ليكن g قصور الدالة f على المجال I ، و h قصور الدالة f على المجال J .

أ- بين أن g تقابل من المجال I نحو $\mathbb{R}_+$ ، و h تقابل من المجال J نحو $\mathbb{R}_+$.

ب- حدد التقابلين العكسيين g^{-1} و h^{-1} للتقابلين g و h على التوالي .

- **تمرين04:**

لتكن f الدالة العددية المعرفة على المجال $I=]-1,+\infty[$ بما يلي : $f(x)=\dfrac{1}{\sqrt{x^3+1}}$.

1)- بين أن الدالة f متصلة و تناقصية قطعا على المجال I ، ثم حدد النهايتين $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-1^+} f(x)$.

2)- إستنتج أن f تقابل من I نحو مجال J ينبغي تحديده ، ثم حدد التقابل العكسي f^{-1} للتقابل f .

- **تمرين05:**

بين أن f تقابل من المجال I نحو مجال J يتم تحديده ، ثم حدد تقابله العكسي f^{-1} في كل حالة من الحالات التالية :

$(1):\begin{cases}f(x)=\dfrac{x^2}{x+1}\\ I=]-1,0]\end{cases}$ و $(2):\begin{cases}f(x)=x-4\sqrt{x}\\ I=[4,+\infty[\end{cases}$ و $(3):\begin{cases}f(x)=-1+\sqrt{1+x^2}\\ I=]-\infty,0]\end{cases}$ و $(4):\begin{cases}f(x)=x-\sqrt{4-x^2}\\ I=\left[-\sqrt{2},2\right]\end{cases}$

abouzakariya@yahoo.fr

- **تمرين06:**

أثبت أن : $(1): \arctan\left(\frac{5}{2}\right)+\arctan\left(\frac{7}{3}\right)=\frac{3\pi}{4}$ و $(2): \arctan 2+\arctan 5+\arctan 8=\frac{5\pi}{4}$.

و $\arctan\frac{1}{3}+\arctan\frac{1}{5}+\arctan\frac{1}{7}+\arctan\frac{1}{8}=\pi$.

- **تمرين07:**

حدد كل نهاية من النهايات التالية إذا وجدت :

$(1): \lim\limits_{x\to -2}\frac{\sqrt[3]{2-3x}-2}{x+2}$ و $(2): \lim\limits_{x\to +\infty}\frac{\sqrt[3]{x}}{\sqrt[3]{x+\sqrt[3]{x^2}}}$ و $(3): \lim\limits_{x\to \frac{\pi}{2}}\frac{1-\sqrt[4]{1+\cos x}}{2x-\pi}$

$(4): \lim\limits_{x\to 1}\frac{\sqrt[3]{x}-1}{\sqrt{x}+\sqrt[4]{x}-2}$ و $(5): \lim\limits_{x\to +\infty}\frac{\sqrt{x}+\sqrt[3]{x}+\sqrt[4]{x}}{\sqrt[5]{x}+\sqrt[6]{x}}$ و $(6): \lim\limits_{x\to +\infty}\sqrt[4]{x^3}\left(\sqrt[4]{x}-\sqrt[4]{x+2}\right)$.

$(7): \lim\limits_{x\to +\infty}x^2\arctan\left(\frac{1}{x+1}\right)$ و $(8): \lim\limits_{x\to -\infty}\arctan\left(\frac{\sqrt{3}x}{\sqrt[3]{1-x^3}}\right)$ و $(9): \lim\limits_{x\to \pm\infty}x^5\left(\frac{\pi}{4}-\arctan\frac{x}{1+x}\right)$.

abouzakariya@yahoo.fr