سلسلة رقم 5

تمـــريـــن 1 :

نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة كمايلي:

$$u_0 = 2 \quad \text{و} \quad u_{n+1} = \frac{5u_n - 1}{u_n + 3}$$

1) بين أن : $u_n \neq 1$, $(\forall n \in IN)$

2) لكل n من IN نضع : $v_n = \dfrac{1}{u_n - 1}$

أ ـ بين أن (v_n) متتالية حسابية محددا أساسها وحدها الأول.

ب ـ أحسب v_n ثم u_n بدلالة n.

تمـــريـــن 2 :

نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة كمايلي:

$$u_0 = \frac{2}{3} \quad \text{و} \quad u_{n+1} = \frac{1}{4}u_n + \frac{3}{8}$$

1) بين بالترجع أن : $(\forall n \in IN), \ \dfrac{1}{2} \leq u_n \leq \dfrac{2}{3}$

2) أثبت أن المتتالية (u_n) تناقصية .

3) لتكن (v_n) المتتالية المعرفة كمايلي:

$$(\forall n \in IN) \quad , \quad v_n = 3(2u_n - 1)$$

أ ـ بين أن (v_n) متتالية هندسية محددا أساسها وحدها الأول.

ب ـ أحسب v_n بدلالة n ثم استنتج u_n بدلالة n .

ج ـ أحسب نهاية (u_n).

تمـــريـــن 3 :

نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة كمايلي:

$$u_0 = 5 \quad \text{و} \quad u_{n+1} = \sqrt{u_n + 12}$$

1) أثبت أن : $u_{n \geq 4} \quad (\forall n \in IN)$

2) أدرس رتابة (u_n).

3) بين أن :

$$(\forall n \in IN) \quad 0 \leq u_{n+1} - 4 \leq \frac{1}{4}(u_n - 4)$$

وأن المتتالية (u_n) متقاربة.

4) استنتج أن : $(\forall n \in IN) \ u_n - 4 \leq \left(\dfrac{1}{4}\right)^n$

تمـــريـــن 4 :

$(u_n)_{n \in IN^\bullet}$ و $(v_n)_{n \in IN^\bullet}$ متتاليتان معرفتان كما يلي:

$$u_n = \frac{n}{\sqrt{n^2 + 1}} \quad \text{و} \quad v_n = \frac{n}{\sqrt{n^2 + n}}$$

1) بين أن كلا من المتتاليتين (u_n) و (v_n) متقاربتان ولهما نفس النهاية.

2) لكل n من $IN^\bullet$ نضع :

$$w_n = \frac{1}{\sqrt{n^2 + 1}} + \frac{1}{\sqrt{n^2 + 2}} + \cdots\cdots + \frac{1}{\sqrt{n^2 + n}}$$

أ ـ بين أنه لكل n من $IN^\bullet$: $v_n \leq w_n \leq u_n$

ب ـ استنتج أن (w_n) متتالية متقاربة ثم حدد نهايتها.

تمـــريـــن 5 :

(u_n) و (v_n) متتاليتان معرفتان كما يلي:

$$\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = \dfrac{u_n + 2v_n}{3} \end{cases} \quad \text{و} \quad \begin{cases} v_0 = 12 \\ v_{n+1} = \dfrac{u_n + 3v_n}{4} \end{cases}$$

نضع لكل n من IN : $w_n = v_n - u_n$

1) بين أن (w_n) متتالية هندسية محددا أساسها وحدها الأول.

2) أحسب w_n بدلالة n ثم أحسب $\lim\limits_{x \to +\infty} w_n$

3) أ ـ بين أن (u_n) متتالية تزايدية و (v_n) متتالية تناقصية.

ب ـ أستنتج أن (u_n) و (v_n) متقاربتان .

4) نضع لكل n من IN : $t_n = 3u_n + 8v_n$

أ ـ بين أن (t_n) متتالية ثابتة.

ب ـ أستنتج نهاية كل من (u_n) و (v_n) .

سلسلة رقم 5

تمـــريـــن 1 :

نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة كمايلي:

$$u_0=2 \quad \text{و} \quad u_{n+1}=\frac{5u_n-1}{u_n+3}$$

1) بين أن : $u_n\neq 1 \quad , \quad (\forall n\in IN)$

2) لكل n من IN نضع : $v_n=\frac{1}{u_n-1}$

أ ـ بين أن (v_n) متتالية حسابية محددا أساسها وحدها الأول.

ب ـ أحسب v_n ثم u_n بدلالة n.

تمـــريـــن 2 :

نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة كمايلي:

$$u_0=\frac{2}{3} \quad \text{و} \quad u_{n+1}=\frac{1}{4}u_n+\frac{3}{8}$$

1) بين بالترجع أن : $\frac{1}{2}\leq u_n\leq\frac{2}{3} \; , (\forall n\in IN)$

2) أثبت أن المتتالية (u_n) تناقصية .

3) لتكن (v_n) المتتالية المعرفة كمايلي:

$$v_n=3(2u_n-1) \quad , \quad (\forall n\in IN)$$

أ ـ بين أن (v_n) متتالية هندسية محددا أساسها وحدها الأول.

ب ـ أحسب v_n بدلالة n ثم استنتج u_n بدلالة n .

ج ـ أحسب نهاية (u_n).

تمـــريـــن 3 :

نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة كمايلي:

$$u_0=5 \quad \text{و} \quad u_{n+1}=\sqrt{u_n+12}$$

1) أثبت أن : $u_{n\geq 4} \quad (\forall n\in IN)$

2) أدرس رتابة (u_n).

3) بين أن :

$$0\leq u_{n+1}-4\leq\frac{1}{4}(u_n-4) \quad (\forall n\in IN)$$

وأن المتتالية (u_n) متقاربة.

4) استنتج أن : $u_n-4\leq\left(\frac{1}{4}\right)^n \quad (\forall n\in IN)$

تمـــريـــن 4 :

$(u_n)_{n\in IN^\bullet}$ و $(v_n)_{n\in IN^\bullet}$ متتاليتان معرفتان كما يلي:

$$u_n=\frac{n}{\sqrt{n^2+1}} \quad \text{و} \quad v_n=\frac{n}{\sqrt{n^2+n}}$$

1) بين أن كلا من المتتاليتين (u_n) و (v_n) متقاربتان ولهما نفس النهاية.

2) لكل n من $IN^\bullet$ نضع :

$$w_n=\frac{1}{\sqrt{n^2+1}}+\frac{1}{\sqrt{n^2+2}}+\cdots\cdots+\frac{1}{\sqrt{n^2+n}}$$

أ ـ بين أنه لكل n من $IN^\bullet$: $v_n\leq w_n\leq u_n$

ب ـ استنتج أن (w_n) متتالية متقاربة ثم حدد نهايتها.

تمـــريـــن 5 :

(u_n) و (v_n) متتاليتان معرفتان كما يلي:

$$\begin{cases} u_0=1 \\ u_{n+1}=\frac{u_n+2v_n}{3} \end{cases} \quad \text{و} \quad \begin{cases} v_0=12 \\ v_{n+1}=\frac{u_n+3v_n}{4} \end{cases}$$

نضع لكل n من IN : $w_n=v_n-u_n$

1) بين أن (w_n) متتالية هندسية محددا أساسها وحدها الأول.

2) أحسب w_n بدلالة n ثم أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} w_n$

3) أـ بين أن (u_n) متتالية تزايدية و (v_n) متتالية تناقصية.

ب ـ أستنتج أن (u_n) و (v_n) متقاربتان .

4) نضع لكل n من IN : $t_n=3u_n+8v_n$

أ ـ بين أن (t_n) متتالية ثابتة.

ب ـ أستنتج نهاية كل من (u_n) و (v_n) .