بومنزه و ثنان

الأعداد العقدية (تابع)

التمرين15)

نعتبر العددين العقديين التاليين $Z_1=\frac{-1}{3}-\frac{\sqrt{3}}{3}i$ و $Z_2=-Z_1$

1) أ) اكتب كلا من Z_1 و Z_2 على الشكل المثلثي

ب) حدد $\arg\left(Z_1^{2006}\right)$

2) لنضع $A=(\frac{Z_1}{Z_2})^n+(\frac{Z_2}{Z_1})^n$ بحيث $n\in\mathbb{Z}$

حدد قيم n لكي يكون A=2

3) حدد مجموعة النقط $M(Z)$ حيث Z يحقق $|iZ-Z_1|=\sqrt{2}$

التمرين16)

لتكن A وB وC على التوالي صور الأعداد العقدية التالية:

$a=2i$ و $b=\sqrt{3}+i$ و $c=\sqrt{2}(1+i)$

1) اكتب على الشكل المثلثي كلا من a وb و c

2) أ) اكتب على الشكل الجبري ثم على الشكل المثلثي العدد العقدي $\frac{c}{b}$

ب) استنتج قيمتي $\cos\left(\frac{\pi}{12}\right)$ و $\sin\left(\frac{\pi}{12}\right)$

3) اعط قياسا للزاوية $\left(\widehat{\overrightarrow{OB},\overrightarrow{OC}}\right)$

التمرين17)

نعتبر العددين العقديين التاليين z و Z:

$Z=\frac{1}{z^2}$ و $z=2\cos^2\theta+i\sin 2\theta$ حيث: $\theta\in\left]-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right[$

1) احسب $|z|$ ثم $\arg z$

2) ا ستنتج $|Z|$ و $\arg Z$

3) بين أ ن $Z=\frac{1}{4}\left(1-\mathrm{tg}^2\theta\right)-\frac{i}{2}\mathrm{tg}\theta$

4) نعتبر $M(z)$

بين أ ن $M(z)$ تنتمي ا لى دائرة يتم تحديد عناصرها.

بومنزه و ثنان

التمرين 19) نضع $P(Z)=Z^2-\overline{u}Z+2\sqrt{3}$ حيث $u=\left(1+\sqrt{3}\right)-\left(1-\sqrt{3}\right)i$

1) احسب u^2 ثم استنتج الشكل المثلثي للعدد u

2)أ) حل في $\mathbb{C}$ المعادلة التالية $P(Z)=0$

(ليكن Z_0 و Z_1 حليها بحيث $\mathrm{Re}\left(Z_0\right)=1$)

ب) حدد الشكل المثلثي لكل من العددين : $\frac{1}{Z_0}+\frac{1}{Z_1}$ و $Z_1^{\,2}+Z_0^{\,2}$

التمرين20)

1) حدد الجدور المكعبة للوحدة ($Z^3=1$) ثم اكتبها على الشكل الجبري

أ- تحقق من أن $(1-2i)^3=-11+2i$

ب- استنتج حلول المعادلة : $Z^3=-11+2i$

التمرين 21)

نعتبر المعادلة (E): $Z^2-aZ+i=0 \quad a\in\mathbb{C}$

1) (ليكن Z_0 و Z_1 حلي (E))

بين أن $\arg Z_0+\arg Z_1\equiv\frac{\pi}{2}[2\pi]$ و أن $|Z_0||Z_1|=1$

2) نضع $Z_0=e^{i\theta}$

أ- بين أن $Z_1=e^{i\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)}$

ب- بين أن $a=2\cos\left(\theta-\frac{\pi}{4}\right)e^{i\frac{\pi}{4}}$

3) نفترض أن $Z_0=\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{i}{2}$

أ- اكتب Z_1 على الشكل الجبري ثم على الشكل المتلثي

ب- استنتج قيمتي $\cos\left(\frac{\pi}{12}\right)$ و $\sin\left(\frac{\pi}{12}\right)$

بومنزه و ثنان

التمرين22) نعتبر التطبيق f المعرف كما يلي : $f(z)=\dfrac{z^2+2\left(1+i\sqrt{3}\right)}{z}$

1) تحقق أن z_1 حل للمعادلة $f(z)=3+i\sqrt{3}$ ثم استنتج الحل الثا ني z_2

2) نضع $U=\overline{z_1}^2+\overline{z_2}^2$ اتبت أن u^{2004} عدد حقيقي موجب

3) نعتبر النقط $A(2)$ $B\left(1+i\sqrt{3}\right)$ $C\left(3+i\sqrt{3}\right)$

أ- اعط قياسا للزاوية $\left(\widehat{\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}}\right)$

ب- احسب كلا من AB و AC

ج- استنتج طبيعة المثلث ABC

4) نضع $V=\left[\sqrt{2\sqrt{2}},\dfrac{-3\pi}{8}\right]$ اتبت أن $f(V)=\left[\dfrac{2\sqrt{3}-2}{\sqrt{2\sqrt{2}}},\dfrac{7\pi}{8}\right]$

التمرين 23)

نعتبر التطبيق f المعرف كما يلي : $f(z)=z^4-\sqrt{2}z^3-4\sqrt{2}z-16$

1) حدد العددين الحقيقين a و b لكي يكون $f(z)=\left(z^2+4\right)\left(z^2+az+b\right)$

2) استنتج حلول المعادلة $f(z)=0$

3) لتكن A و B و C و D نقط في المستوى العقدي ألحاقها على التوالي حلول المعادلة $f(z)=0$

أ- مثل النقط A و B و C و D في المستوى العقدي

ب- بين أن النقط A و B و C و D تنتمي ا لى دائرة يتم تحديد عناصرها