بومنزه وثنان

تمارين في الأعداد العقدية

التمرين 1):

اكتب الاعداد العقدية التالية على الشكل الجبري :

$$z_0=(2-i)(\frac{3}{4}+2i) \qquad z_1=\frac{3+i}{1+2i}$$

$$z_2=\frac{6}{2-i}+\frac{i}{2+i} \qquad z_3=(\frac{1-i}{1+i})^{2006}$$

$$z_4=(1-i)^{2n}+i^n \qquad n\in IN$$

التمرين 2):

نضع $P(z)=z^2+z+1$

احسب $p(j)$ علما أن $j=-\frac{1}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2}$

التمرين 3):

حل المعادلات التالية

$$4iz-2\overline{z}+5-2i=0$$

$$8z^4+4z^3+2z+1=0$$

$$iz^2-2\overline{z}+2-i=0$$

االتمرين4):

احسب معيار كل عدد عقدي مما يلي:

$$z_0=\sqrt{3}+3i \;;\; z_1=(2-i)(1+3i)(\frac{1}{2}+i)$$

$$z_2=\frac{-1+2i}{1+5i} \;;\; z_3=(\frac{1-i\sqrt{3}}{-2+i})^5$$

$$z_4=(1-i)^{8n}+i^{4n+3} \qquad n\in IN$$

$$z_5=(\frac{1+i}{1-i})^n \qquad n\in IN$$

بومنزه وثنان

التمرين5):

حدد مجموعة الأعداد العقدية Z في كل حالة

أ) $(z-3\overline{z}+2)\in IR$

ب) $(z\overline{z}+2(1-i)z)\in iIR$

ج) $|z|=z+\overline{z}$

د) $(\frac{4z-i\overline{z}}{\overline{z}})\in IR$

ملاحظة : في ما يلي المستوى العقدي منسوب الى معلم متعامد و ممنظم $(O,\vec{e_1},\vec{e_2})$

التمرين 6):

في المستوى العقدي نعتبر النقط التالية :

$A(-1+i)$; $B(2+3i)$; $C(-1+2i)$; $D(-4)$

1) تحقق أن الرباعي $ABCD$ متوازي الأضلاع

2) حدد لحق النقطة I منتصف القطعة $[AB]$

3) احسب المسافة AD

التمرين7):

في المستوى العقدي نعتبر النقط التالية

$A(i\sqrt{2})$ و $B(1+i\sqrt{3})$ و $C(1+\sqrt{2}-i)$ و $\Omega(1)$

بين أن النقط A,B,C تنتمي الى دائرة مركزها Ω و شعاعها R ينبغي تحديده

التمرين 8) في المستوى العقدي نعتبر النقط التالية:

$A(1+2i)$ و $B\left(\sqrt{2}+(1+2\sqrt{2})i\right)$ و $C\left(\frac{1}{2}\right)$ و $D(2-i)$

1) بين أن النقط A,B,C مستقيمية

2) ليكن I منتصف القطعة $[AB]$ حدد لحق I

3) حدد لحق النقطة K لكي يكون الرباعي ABKD متوازي الأضلاع

4) احسب المسافة AB

التمرين 9)

حدد مجموعة النقط M(z) في كل حالة من الحالات التالية :

أ) $|Z-1-i|=|iZ+i|$

ب) $|2Z-2+i|=\sqrt{3}$

ج) $|i\overline{z}-\sqrt{3}+i|\leq\sqrt{5}$

د) $|Z|=Z+\overline{Z}$

ذ) $(Z\overline{Z}+4Z-i\overline{Z}) \in iIR$

ر) $\frac{iZ}{z+1} \in IR$

التمرين10) حل المعادلات التالية في $\mathbb{C}$

$(E_1): Z^2+2Z+\sqrt{3}=0$; $(E_2): iZ^2-(-\sqrt{3}+i)Z+\sqrt{3}=0$

$(E_3): Z^2-2(\sqrt{3}+i)Z+2(3+i\sqrt{3})=0$

$(E_4): (3-i)Z^2-10Z+12-4i=0$; $(E_5): (2-i)Z^2-(3+2i)Z+1-\frac{i}{2}=0$

$(E_6): \frac{Z+1}{Z-i}=\frac{1}{2Z+i}$

التمرين 11)

1) حدد الجدرين المربعين لكل عدد عقدي : $a=-2$ و $b=1-i\sqrt{3}$

2) استنتج حلول المعادلة $iZ^4+(-\sqrt{3}+i)Z^2-2\sqrt{3}-2i=0$

التمرين 12)

1) حل المعادلة التالية في $\mathbb{C}$ $Z^2+2iZ+3=0$

2) نضع $P(Z)=Z^3+2Z^2(-1+i)+Z(3-4i)-6$

أ) حدد الحل الحقيقي للمعادلة $p(Z)=0$

ب) استنتج حلول المعادلة $p(Z)=0$

ج) ا ستنتج تعميلا ل $P(Z)$

التمرين 13)

نضع $P(Z)=iZ^3+Z^2(3+i)+(3+i)Z+3$

1) حدد الحل التخيلي الصرف للمعادلة $p(Z)=0$

2) حدد الأ عدا د a و b و c العقدية لكي يكون $P(Z)=(Z-3i)(aZ^2+bZ+c)$

3) استنتج حلول المعادلة $p(Z)=0$

4) اعط تعميلا ل $P(Z)$ االى جداء حدوديات من الدرجة الأولى

التمرين14)

نضع $P(Z)=Z^3+(\sqrt{3}-i)Z^2+(1-\sqrt{3}i)Z-i$

1) حدد الأ عدا د العقدية a و b لكي يكون $p(Z)=(Z-i)(Z^2+aZ+b)$

2) استنتج حلول المعادلات التالية :

$P(Z)=0$ و $p(\overline{Z})=0$ ثم $p(Z^2)=0$